

"Modelle der Informatik 1"

Klausur am Dienstag, 06.02.07 (Haupttermin)

Dauer: 100 Minuten + 10 Minuten Einlesezeit
Beginn: 08:00 Uhr
Ende: 09:50 Uhr

Name :

Vorname :

Matrikelnummer :

Studienfach ☐ BSc. Wirtschaftsinformatik
 ☐ Dipl. Wirtschaftsinformatik
 ☐ BSc. „Angew. Informatik-Syst. Eng.“
 ☐ Lehramt Informatik
 ☐ Mathematik/Math.Eng.
 ☐

Nr	Thema	Punkte	Erzielte Punkte
1	Formale Sprachen und Automaten I	10	
2	Formale Sprachen und Automaten II	10	
3	Logik I	10	
4	Logik II	10	
5	Bäume, Graphen, Netzwerke I	10	
6	Bäume, Graphen, Netzwerke II	10	
7	Hashing	10	
8	Petri-Netze I	10	
9	Petri-Netze II	10	
10	Stochastische Modelle	10	
11	Vermischtes	10	
	Summe	110	

Wir wünschen viel Erfolg!

Komplex 1. Formale Sprachen und Automaten I (10 Punkte)**Aufgabe 1.01****(4 P)**Gegeben ist folgende Grammatik $G=(N, T, P, S)$ $N = \{A, B, C\}; T = \{a, b\}; S = \{A\}$

$$P = \left\{ \begin{array}{lcl} A & = & 'a' A 'a' \mid 'b' B; \\ B & = & 'b' B 'b' \mid C; \\ C & = & B 'a' \mid 'b'; \end{array} \right.$$

- (a) Ordnen Sie diese Grammatik in die Chomsky Hierarchie ein. Geben Sie die Stufe an, die die Eigenschaften dieser Grammatik am genauesten beschreibt.

- (b) Welche dieser Wörter sind Elemente der Sprache die durch die Grammatik G definiert wird?

Kennzeichnen Sie die Wörter w mit „ja“ für die gilt $w \in L(G)$ sonst mit „nein“.

(richtig: +0,5; fehlend oder falsch: -0,5; minimal: 0 P)

() bbbbbb

() aaaaaa

() abababa

() bbbbb

() abba

() aabbbbaa

Aufgabe 1.02**(2 P)**

Wie werden in einer Grammatik nach EBNF folgende Konstrukte realisiert (laut Skript):

'a' ist alternativ zu 'b'	
'a' ist optional	
'a' kann beliebig oft wiederholt werden	
'a' wird mindestens einmal wiederholt	

Aufgabe 1.03**(4 P)**

Geben Sie eine **Typ-2**-Grammatik für folgende Sprache an:

Die Sprache enthält alle korrekten Zeitangaben der Form **HH:MM:SS**

Berücksichtigen Sie folgende Randbedingungen:

- $00 \leq HH < 24$; $00 \leq MM < 60$; $00 \leq SS < 60$
- Die Menge der Terminalzeichen der Grammatik besteht aus den Zahlen von 0 bis 9 und dem Trennzeichen ':'

Komplex 2. Formale Sprachen und Automaten II (10 Punkte)**Aufgabe 2.01****(2 P)**

Wann akzeptiert ein endlicher Automat Ω ein Wort?

Aufgabe 2.02**(2 P)**

Wann sind zwei endliche Automaten Ω_1 und Ω_2 äquivalent?

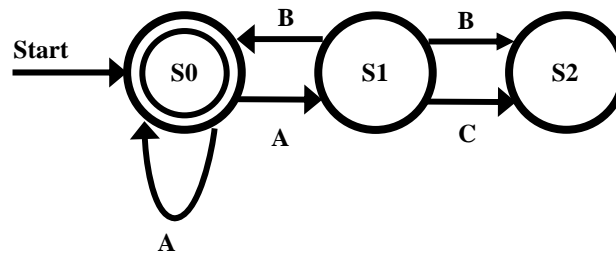
Aufgabe 2.03**(1 P)**

Zeigen Sie anhand der durch die regulären Ausdrücke definierten Sprachen, dass die folgenden regulären Ausdrücke R_1 und R_2 nicht äquivalent sind!

$$R_1 = ((1 \mid 0)(1 \mid 0))^* \quad R_2 = (1 \mid 0)^*(0 \mid 1)^*$$

Aufgabe 2.04**(5 P)**

Bestimmen Sie für folgenden NEA einen äquivalenten DEA! Nutzen Sie die Technik der Teilmengenkonstruktion!



Komplex 3. Logik I (10 Punkte)**Aufgabe 3.01****(6 P)**

Gegeben ist folgender aussagenlogischer Ausdruck:

$$b \rightarrow a \vee \neg b \wedge c$$

- (a) Geben Sie den Werteverlauf an. **Kennzeichnen Sie die Abarbeitungsreihenfolge der Operatoren.**

a	b	c						
0	0	0						
0	0	1						
0	1	0						
0	1	1						
1	0	0						
1	0	1						
1	1	0						
1	1	1						

- (b) Ist der Ausdruck tautologisch oder widerspruchsfrei?

- (c) Bringen Sie den gegebenen Ausdruck in konjunktive Normalform (CNF).

Aufgabe 3.02**(1 P)**

Was ist eine „Klausel“ in einem aussagenlogischen Ausdruck?

Aufgabe 3.03**(3 P)**

Überführen Sie den folgenden aussagenlogischen Ausdruck in die disjunktive Normalform (DNF).
Verwenden Sie dazu die Äquivalenzregeln aus Anhang B und geben Sie bei jedem Schritt an, welche Äquivalenzregel Sie verwendet haben.

$$b \rightarrow a \wedge (b \vee c)$$

Komplex 4. Logik II (10 Punkte)**Aufgabe 4.01****(5 P)**

Gegeben seien folgende Fakten:

- S: Diese Klausur ist leicht
R: Die Studentinnen und Studenten lernen viel
H: Die Bestehensquote ist hoch

Prüfen Sie mit Hilfe des Verfahrens der **Resolution** ob die unten angegebenen 4 Aussagen untereinander widerspruchsfrei sind

Aussagen: $R \rightarrow H$; $R \rightarrow (S \vee H)$; $S \wedge \neg H$; $H \vee \neg S$

Aufgabe 4.02**(2 P)**

Bestimmen Sie durch Resolution, welche der folgenden Klauselmengen nicht widerspruchsfrei sind! Skizzieren Sie jeweils den Resolutionsbaum.

Hinweis: Falls benötigt, finden Sie die Klauselmengen noch einmal im Anhang A.

(a) $\{ \{ \neg p_1, p_2, \neg p_3 \}, \{ p_1 \}, \{ p_2, \neg p_3 \}, \{ \neg p_2 \}, \{ \neg p_1 \} \}$

(b) $\{ \{ p_1, \neg p_2, p_3 \}, \{ p_1, p_2, \neg p_3 \}, \{ \neg p_2 \}, \{ p_1, p_4 \}, \{ \neg p_4 \} \}$

Aufgabe 4.03**(1 P)**

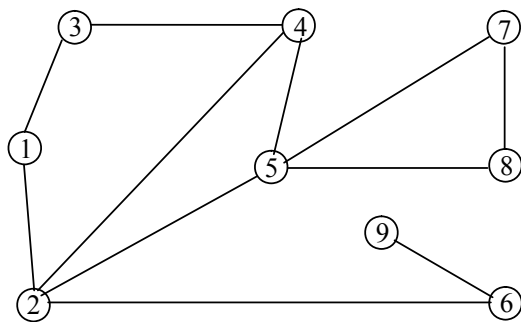
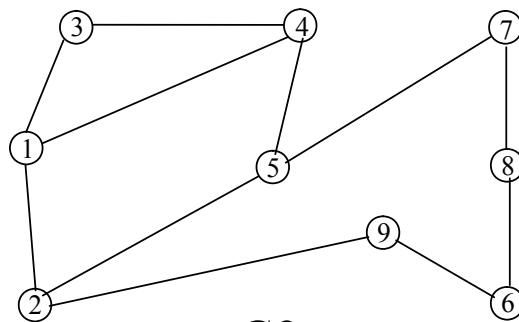
Nennen Sie die 3 im Skript angegebenen Resolutionsverfahren, die die Komplexität der Resolution reduzieren.

Aufgabe 4.04**(2 P)**

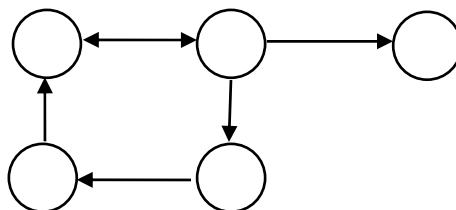
Wann heißt ein n-stelliges Prädikat **erfüllbar**, wann heißt es **gültig**?

Komplex 5. Bäume, Graphen und Netzwerke I (10 Punkte)**Aufgabe 5.01****(4 P)**

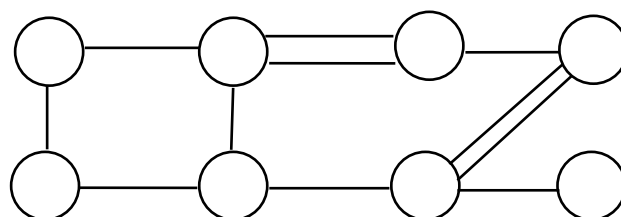
Zeichnen Sie in den Graphen G1 einen DFS-Spannbaum, und in G2 einen BFS-Spannbaum ein. Startknoten ist jeweils der Knoten 1. Geben Sie bei BFS zusätzlich die Tiefe der Knoten im Spannbaum an.

**G1****G2****Aufgabe 5.02****(3 P)**

Ergänzen Sie den unten angegebenen Graphen G3 durch weitere Kanten so, dass dessen transitive Hülle $H(G3)$ entsteht.

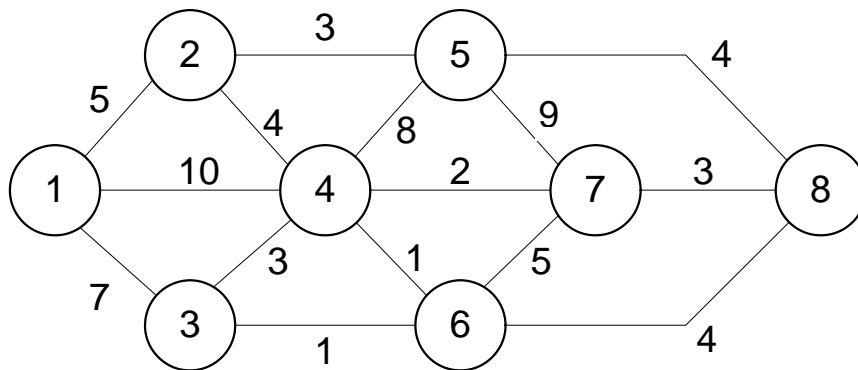
G3**Aufgabe 5.03****(3 P)**

Fügen Sie in den Graphen G4 weitere Kanten ein, so dass die Existenz eines Eulerschen Zyklus gesichert ist. Fügen Sie möglichst wenige Kanten ein.

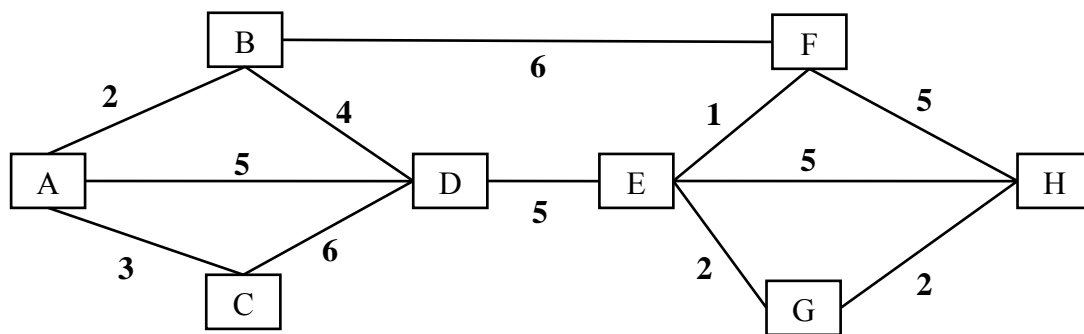
G4

Komplex 6. Bäume, Graphen und Netzwerke II (10 Punkte)**Aufgabe 6.01****(4 P)**

Bestimmen Sie für den angegebenen Graphen den minimalen Spannbaum und geben Sie seinen Wert an!

**Aufgabe 6.02****(6 P)**

Ermitteln sie den kürzesten Weg von A nach H, indem Sie den Dijkstra-Algorithmus auf den folgenden Graphen anwenden! Geben Sie auch die Kosten (=Wert) des kürzesten Weges an!



Komplex 7. Hashing (10 Punkte)**Aufgabe 7.01****(2 P)**

Was ist offenes Hashing?

Aufgabe 7.02**(8 P)**

Die Schlüsselmenge S sei durch 7-stellige Zahlen aus dem Bereich $[0000000, 9999999]$ gegeben. Die Hashfunktion ist $h(s) = s \bmod 1000$. Bestimmen Sie die Adressen folgender Schlüssel und tragen Sie diese in die bereits mit anderen Werten belegte Hashtabelle ein. Als Kollisionsauflösungsstrategie ist lineares Sondieren (links) bzw. quadratisches Sondieren (rechts) zu verwenden. Die Schrittweite des Parameters i ist 1.

Hinweis: Falls benötigt, finden Sie weitere Tabellen im Anhang A.

Schlüsselfolge (sequentiell von links nach rechts abzuarbeiten):

2222003, 8888012, 4444004, 9999003, 6666006, 3333003, 0000005, 7777008

Lineares Sondieren

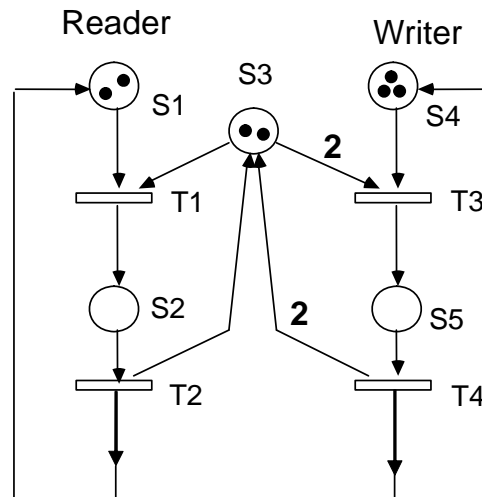
a=h(s)	Schlüssel s
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	8888008
9	0000009
10	
11	
12	1111012
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	

Quadratisches Sondieren

a=h(s)	Schlüssel s
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	8888008
9	0000009
10	
11	
12	1111012
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	

Komplex 8. Petri-Netze I (10 Punkte)**Aufgabe 8.01****(10 P)**

a) Geben Sie für das gezeigte Reader/Writer-Modell drei bzw. zwei linear unabhängige S- und T-Invarianten an! Verwenden Sie die Vektorschreibweise!



S-Invariante 1:

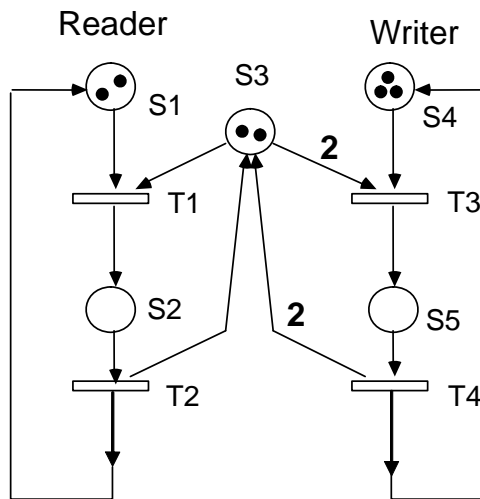
S-Invariante 2:

S-Invariante 3:

T-Invariante 1:

T-Invariante 2:

- b) Erstellen Sie den Erreichbarkeitsbaum für dieses S/T-Netz (identisch mit Netz aus Teil a). Verwenden Sie die Startmarkierung $M_0 = (2, 0, 2, 3, 0)$ als Wurzel des Baumes. (Beachten Sie auch hier die Mehrfachkanten!).



Komplex 9. Petri-Netze II (10 Punkte)**Aufgabe 9.01****(2 P)**

Es sei ein markiertes S/T-Netz gegeben. Ergänzen Sie folgende Aussagen

a) Eine Transition t_j heißt aktiviert in einer Markierung M , wenn gilt

$$M \geq \dots\dots\dots$$

b) Das Schalten von t_j führt zu der direkten Folgemarkierung M' . Diese wird berechnet durch

$$M' := \dots\dots\dots$$

Aufgabe 9.02**(8 P)**

Gegeben ist eine Inzidenzmatrix C , eine Startmarkierung $M_0 = (1,0,1,1,0)$ und eine Schaltfolge $f = t_1, t_2, t_1, t_2, t_3, t_4, t_3, t_4, t_1$. Bestimmen Sie zuerst den zugehörigen Häufigkeitsvektor w für diese Schaltfolge. Dann berechnen sie die Markierung M , die durch die Schaltfolge f erreicht wird.

C	t_j			
	1	2	3	4
1	-1	1	0	0
2	1	-1	0	0
3	0	1	-1	0
4	0	0	-1	1
5	0	0	1	-1

$$M_0 = (1,0,1,1,0)$$

$$f = t_1, t_2, t_1, t_2, t_3, t_4, t_3, t_4, t_1$$

$$w =$$

$$M =$$

Komplex 10. Stochastische Modelle (10 Punkte)**Aufgabe 10.01****(2 P)**

Stochastische Petrinetze: Geben Sie die formale Definition eines stochastischen Petrinetzes (SPN) an und benennen Sie dessen Bestandteile!

Aufgabe 10.02**(6 P)**

Das Modell für „Gambler's Ruin“ kann durch eine zeitdiskrete Markovkette dargestellt werden. Das Startkapital zum Zeitpunkt $t = 0$ sei $K = 2$ Euro, der Gewinn bzw. Verlust von 1 Euro pro Spiel tritt ein mit Wahrscheinlichkeit $p = q = 0.5$. Bei Erreichen von 0 Euro bzw. 4 Euro ist das Spiel beendet. Stellen Sie das Zustandsübergangsdiagramm für die zugehörige zeitdiskrete Markovkette auf! Bestimmen Sie die Zustandsverteilungen für die Zeitpunkte $t = 1$ und $t = 2$!

Aufgabe 10.03**(2 P)**

Berechnen Sie die ersten 4 Werte x_1, x_2, x_3, x_4 des Lehmer'schen Zufallszahlengenerators, der durch die Parameter $x_0=0, a=5, c=3$ und $m=11$ definiert ist.

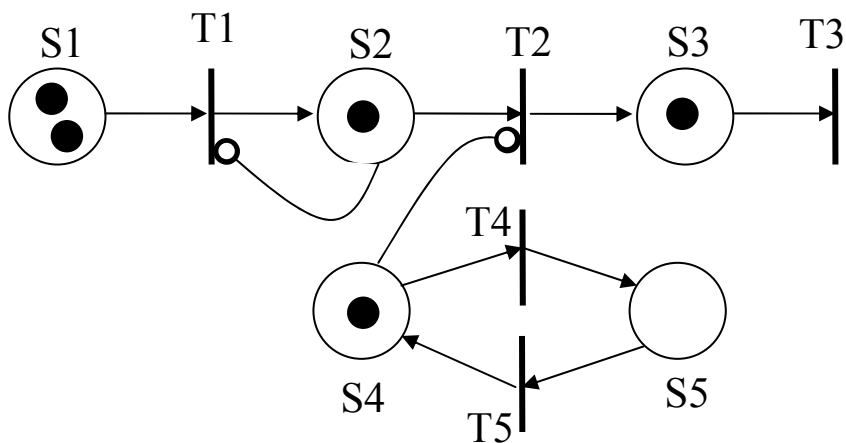
Komplex 11. Vermischtes (10 Punkte)**Aufgabe 11.01****(5 P)**

a) Geben Sie die formale Definition eines Netzwerks $N = (\dots\dots\dots)$ an und erläutern Sie die Bestandteile!

b) Was sagt das Max-Flow-Min-Cut Theorem aus?

Aufgabe 11.02**(5 P)**

Geben Sie eine zulässige Schaltfolge an, die von der gegebenen Startmarkierung $M_0=(2,1,1,1,0)$ zu der Markierung $M=(0,0,0,1,0)$ führt. Beachten Sie die beiden Verbotskanten.



Anhang A

Weitere Tabellen und Hilfsmittel.

Kennzeichnen Sie, ob eine eventuelle Lösung gewertet werden soll.

(Hier noch mal Aufgabe 4.02 zur Reinschrift, falls nötig.)

(a) $\{ \{ \neg p_1, p_2, \neg p_3 \}, \{ p_1 \}, \{ p_2, \neg p_3 \}, \{ \neg p_2 \}, \{ \neg p_1 \} \}$

(b) $\{ \{ p_1, \neg p_2, p_3 \}, \{ p_1, p_2, \neg p_3 \}, \{ \neg p_2 \}, \{ p_1, p_4 \}, \{ \neg p_4 \} \}$

Weitere Tabellen und Hilfsmittel.

Kennzeichnen Sie, ob eine eventuelle Lösung gewertet werden soll.

(Hier noch mal Aufgabe 7.02 zur Reinschrift, falls nötig.)

a=h(s)	Schlüssel s
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	8888008
9	0000009
10	
11	
12	1111012
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	

a=h(s)	Schlüssel s
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	8888008
9	0000009
10	
11	
12	1111012
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	

ANHANG B**Äquivalenzen**

1.	$A \wedge 0 \equiv 0$	Neutralität der Konjunktion
2.	$A \wedge 1 \equiv A$	Identität der Konjunktion
3.	$A \vee 0 \equiv A$	Identität der Disjunktion
4.	$A \vee 1 \equiv 1$	Neutralität der Disjunktion
5.	$A \wedge A \equiv A$	Idempotenz der Konjunktion
6.	$A \vee A \equiv A$	Idempotenz der Disjunktion
7.	$A \wedge \neg A \equiv 0$	Kontradiktion
8.	$A \vee \neg A \equiv 1$	Tautologie
9.	$\neg \neg A \equiv A$	Doppelte Negation
10.	$A \wedge B \equiv B \wedge A$	Kommutativität der Konjunktion
11.	$A \vee B \equiv B \vee A$	Kommutativität der Disjunktion
12.	$A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$	Distributivität der Konjunktion
13.	$A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$	Distributivität der Disjunktion
14.	$A \wedge (A \vee B) \equiv A$	Absorptionsgesetz
15.	$A \vee (A \wedge B) \equiv A$	Absorptionsgesetz
16.	$A \vee (\neg A \wedge B) \equiv A \vee B$	Absorptionsgesetz
17.	$A \wedge (\neg A \vee B) \equiv A \wedge B$	Absorptionsgesetz
18.	$\neg (A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$	de Morgansches Gesetz
19.	$\neg (A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$	de Morgansches Gesetz
20.	$(A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B) \equiv A$	
21.	$(A \vee B) \wedge (A \vee \neg B) \equiv A$	
22.	$A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$	Umwandlung von \rightarrow in \vee und \neg
23.	$A \leftrightarrow B \equiv (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$	Eliminierung von „Doppelpfeilen“
24.	$(A \wedge B) \vee (A \wedge \neg C) \vee (B \wedge C) \equiv (A \wedge \neg C) \vee (B \wedge C)$	
25.	$(A \vee B) \wedge (A \vee \neg C) \wedge (B \vee C) \equiv (A \vee \neg C) \wedge (B \vee C)$	